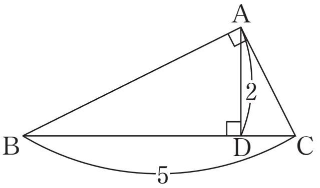
第 8 講　三角比

PART1　鋭角の三角比

1　[1]　右図のような直角三角形 ABC において，頂点 A から辺 BC に下ろした垂線と辺 BC との交点を D とする。
$AB > AC$，$BC = 5$，$AD = 2$ とするとき，$\sin B$，$\cos B$ の値を求めよ。



[2]　$\angle ACB = 90^\circ$ の直角三角形 ABC で，$\sin A = \dfrac{2}{3}$ のとき，次の三角比の値を求めよ。

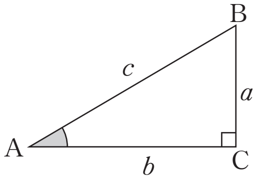
(1)　$\cos A$，$\tan A$　　　(2)　$\sin B$，$\cos B$，$\tan B$

Point Pickup

[1]　右図の直角三角形 ABC において，∠A の大きさを A とすると

$$\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{a}{c} \qquad \cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{b}{c}$$

$$\tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{a}{b}$$



[2]　三角比の相互関係

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \qquad \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \qquad 1 + \tan^2\theta = \frac{1}{\cos^2\theta}$$

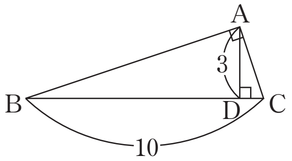
を利用する。なお，θ が鋭角の場合は，直角三角形の 3 辺の比を用いて三角比の値を求めることができる。

また，$90^\circ - \theta$ の三角比について，以下の関係が成り立つ。

$$\sin(90^\circ - \theta) = \cos\theta \qquad \cos(90^\circ - \theta) = \sin\theta \qquad \tan(90^\circ - \theta) = \frac{1}{\tan\theta}$$

第８講　PART1 確認問題

1 右図のような直角三角形 ABC において, 頂点 A から辺 BC に下ろした垂線と辺 BC との交点を D とする。



AB > AC, BC = 10, AD = 3 とするとき, $\sin B$, $\cos B$ の値を求めよ。

$\sin B =$ [ア], $\cos B =$ [イ]

① $\frac{1}{2}$　② $\frac{1}{3}$　③ $\frac{1}{\sqrt{5}}$　④ $\frac{2}{\sqrt{5}}$

⑤ $\frac{1}{\sqrt{10}}$　⑥ $\frac{3}{\sqrt{10}}$

2 $\angle \mathrm{ACB} = 90^\circ$ の直角三角形 ABC において, $\sin A = \frac{1}{3}$ のとき, 次の三角比の値を求めよ。

$\cos A =$ [ウ], $\tan A =$ [エ],

$\sin B =$ [オ], $\cos B =$ [カ], $\tan B =$ [キ]

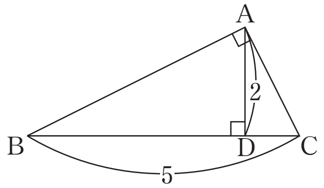
① $\frac{1}{3}$　② 3　③ $\frac{\sqrt{2}}{4}$　④ $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

⑤ $\frac{3\sqrt{2}}{4}$　⑥ $2\sqrt{2}$

第 8 講　三角比

PART1　鋭角の三角比

1　[1]　右図のような直角三角形ABCにおいて，頂点Aから辺BCに下ろした垂線と辺BCとの交点をDとする。
AB＞AC，BC＝5，AD＝2 とするとき，$\sin B$，$\cos B$ の値を求めよ。



[2]　∠ACB＝90° の直角三角形ABCで，$\sin A=\frac{2}{3}$ のとき，次の三角比の値を求めよ。

(1)　$\cos A$，$\tan A$　　(2)　$\sin B$，$\cos B$，$\tan B$

[1]　△ABD∽△CAD より，BD：AD＝AD：CD　つまり　BD：2＝2：CD

よって　BD・CD＝4

BD＝x とおくと，CD＝$5-x$

したがって，$x\cdot(5-x)=4$　　$x^2-5x+4=0$　　$(x-1)(x-4)=0$　　$x=1,\ 4$

ここで，AB＞AC より　DB＞DA かつ DA＞DC

ゆえに，BD＞CD であるから　BD＝4，CD＝1

△ABD において三平方の定理より　$\mathrm{AB}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$

よって　$\sin B=\frac{2}{2\sqrt{5}}=\frac{1}{\sqrt{5}}$，$\cos B=\frac{4}{2\sqrt{5}}=\frac{2}{\sqrt{5}}$

[2]　(1)　$C=90°$ である直角三角形ABCにおいて，A は鋭角である。

$\sin^2A+\cos^2A=1$ より　$\cos^2A=1-\sin^2A=1-\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{5}{9}$

A は鋭角より，$\cos A>0$ であるから　$\cos A=\sqrt{\frac{5}{9}}=\frac{\sqrt{5}}{3}$

$$\tan A=\frac{\sin A}{\cos A}=\frac{2}{3}\div\frac{\sqrt{5}}{3}=\frac{2}{\sqrt{5}}$$

(2)　$B=180°-(90°+A)=90°-A$ より

$$\sin B=\cos A=\frac{\sqrt{5}}{3},\quad \cos B=\sin A=\frac{2}{3},\quad \tan B=\frac{1}{\tan A}=\frac{\sqrt{5}}{2}$$

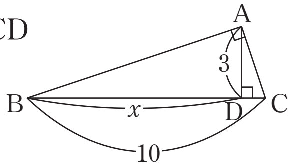
第8講　PART1 確認問題 解答

1 **[正解]** ア：⑤，イ：⑥

[解説]

$\triangle$ABD $\backsim$ $\triangle$CAD より

$$BD : AD = AD : CD$$



ゆえに　$BD : 3 = 3 : CD$

よって　$BD \cdot CD = 9$

$BD = x$ とおくと　$CD = 10 - x$

よって　$x(10-x) = 9$

$$x^2 - 10x + 9 = 0$$

$$(x-1)(x-9) = 0$$

$$x = 1,\ 9$$

ここで, $AB > AC$ より　$BD > DA$ かつ $DA > DC$

ゆえに，$BD > DC$ であるから　$BD = 9$，$DC = 1$

$\triangle$ABD において三平方の定理より

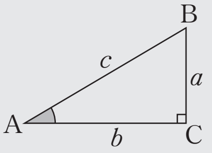
$$AB = \sqrt{9^2 + 3^2} = \sqrt{3^2(3^2+1)} = 3\sqrt{10}$$

よって

$$\sin B = \frac{AD}{AB} = \frac{3}{3\sqrt{10}} = \boldsymbol{\frac{1}{\sqrt{10}}}$$ **[A]**

$$\cos B = \frac{BD}{AB} = \frac{9}{3\sqrt{10}} = \boldsymbol{\frac{3}{\sqrt{10}}}$$

> [A]　下図の直角三角形 ABC において，∠A の大きさを A とすると
>
> $$\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{a}{c}$$
>
> $$\cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{b}{c}$$
>
> $$\tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{a}{b}$$

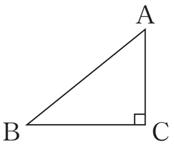


2 [正解] ウ：④，エ：③，オ：④，カ：①，キ：⑥

[解説]

$C=90°$ である直角三角形 ABC

において，A は鋭角である。



$\sin^2 A+\cos^2 A=1$ より [B]

$$\cos^2 A=1-\sin^2 A=1-\left(\frac{1}{3}\right)^2=1-\frac{1}{9}=\frac{8}{9}$$

A は鋭角より，$\cos A>0$ であるから

$$\cos A=\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

また　$\tan A=\dfrac{\sin A}{\cos A}=\dfrac{1}{3}\div\dfrac{2\sqrt{2}}{3}=\dfrac{1}{2\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$ [B]

[B]　三角比の相互関係

$$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

$$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$$

$$1+\tan^2\theta=\frac{1}{\cos^2\theta}$$

一方，$B=180°-(90°+A)=90°-A$ より

$$\sin B=\sin(90°-A)=\cos A=\frac{2\sqrt{2}}{3}$$ [C]

$$\cos B=\cos(90°-A)=\sin A=\frac{1}{3}$$

$$\tan B=\tan(90°-A)=\frac{1}{\tan A}=\frac{4}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$$

[C]

$$\sin(90°-\theta)=\cos\theta$$

$$\cos(90°-\theta)=\sin\theta$$

$$\tan(90°-\theta)=\frac{1}{\tan\theta}$$